

## Тема : Розв'язування СЛР методом Гаусса.

### План

1. Теоретичні відомості.
2. Завдання для самостійного виконання.
3. Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.
4. Зразок оформлення ІДЗ.

### 1.Теоретичні відомості

Нехай задано систему трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (1)$$

### Метод Гаусса.

Цей метод носить ще назву метода послідовного виключення невідомих. Метод полягає в тому, що система (1) за допомогою алгебраїчних перетворень приводиться до вигляду трикутної. Але більш зручно користуватися цим методом в табличній формі (таблиця 1)

№ рядка	Коефіцієнти при			Вільні члени	Сума	Контроль
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$b_1$	$a_{11} + a_{12} + a_{13} + b_1 = S_1$	
2	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$b_2$	$a_{21} + a_{22} + a_{23} + b_2 = S_2$	
3	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$b_3$	$a_{31} + a_{32} + a_{33} + b_3 = S_3$	
4	—	$a_{42} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$	$a_{43} = a_{11}a_{23} - a_{21}a_{13}$	$b_4 = a_{11}b_2 - a_{21}b_1$	$a_{42} + a_{43} + b_4 = S_4$	$a_{11}S_2 - a_{21}S_1 = S_4$
5	—	$a_{52} = a_{11}a_{32} - a_{31}a_{12}$	$a_{53} = a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$b_5 = a_{11}b_3 - a_{31}b_1$	$a_{52} + a_{53} + b_5 = S_5$	$a_{11}S_3 - a_{31}S_1 = S_5$
6	—	—	$a_{63} = a_{42}a_{53} - a_{52}a_{43}$	$b_6 = a_{42}b_5 - a_{52}b_4$	$a_{63} + b_6 = S_6$	$a_{42}S_5 - a_{52}S_4 = S_6$

При розв'язуванні СЛР можливі випадки:

1. Якщо при приведенні системи (1) до трикутного вигляду, останнє (третє) рівняння буде мати вигляд  $0 \cdot x_3 = 0$ , то система (1) має безліч розв'язків. Позначимо  $x_3 = c$  ( $c \in R$ ), з другого та першого рівнянь виразимо  $x_2$  та  $x_1$  через  $c$ .

2. Якщо останнє рівняння в системі (3) буде мати вигляд  $0 \cdot x_3 = c$ , ( $c \in R/\{0\}$ ), то система несумісна.

## 2. Завдання для самостійного виконання

Індивідуальне домашнє завдання(номер варіанта відповідає номеру у журналі)Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гаусса:

### ВАРІАНТИ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$	2. $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -6 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$	3. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -6 \end{cases}$	4. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 8 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$	6. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$	7. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ -4x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 10 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$	8. $\begin{cases} -x_1 - 7x_2 + 6x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$
9. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 8 \end{cases}$	10. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$	11. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = -6 \end{cases}$	12. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$
13. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$	14. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 9 \\ 6x_1 - 7x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$	15. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$	16. $\begin{cases} x_1 + 0x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \end{cases}$
17. $\begin{cases} 2x_1 + 0x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$	18. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 - 6x_3 = 3 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	19. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$	20. $\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 - 5x_3 = -5 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$
21. $\begin{cases} 2x_1 + 0x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 16 \end{cases}$	22. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases}$	23. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$	24. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$

## 3. Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Оформити роботу в зошиті для самостійних робіт.

## 4. Зразок оформлення індивідуального домашнього завдання

Завдання. Розв'язати систему лінійних рівнянь 
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

методом Гаусса.

Розв'язання:

**Метод Гаусса:** складаємо обчислювальну таблицю:

Номер рядка	Коефіцієнти при			Вільні члени	Сума	Контроль
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
1	1	4	3	9	$1 + 4 + 3 + 9 = 17$	
2	2	3	1	8	$2 + 3 + 1 + 8 = 14$	

3	1	1	-2	3	$1 + 1 - 2 + 3 = 3$	
4	-	$1 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = -5$	$1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 = -5$	$1 \cdot 8 - 2 \cdot 9 = -10$	$-5 - 5 - 10 = -20$	$1 \cdot 14 - 2 \cdot 17 = -20$
5	-	$1 \cdot 1 - 1 \cdot 4 = -3$	$1 \cdot (-2) - 1 \cdot 3 = -5$	$1 \cdot 3 - 1 \cdot 9 = -6$	$-3 - 5 - 6 = -14$	$1 \cdot 3 - 1 \cdot 17 = -14$
6	-	-	$-5 \cdot (-5) - (-3) \cdot (-5) = 10$	$-5 \cdot (-6) - (-3) \cdot (-10) = 0$	$10 + 0 = 10$	$-5 \cdot (-14) - (-3) \cdot (-20) = 10$

Згідно рядків 1, 4, 6 запишемо систему трикутного вигляду:

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 9, \\ -5x_2 - 5x_3 = -10, \\ 10x_3 = 0. \end{cases}$$

З даної системи знаходимо невідомі

$$\begin{cases} x_1 = 9 - 4x_2 - 3x_3, \\ x_2 = -\frac{1}{5}(-10 + 5x_3), \\ x_3 = \frac{0}{10}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 9 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 0, \\ x_2 = -\frac{1}{5}(-10 + 5 \cdot 0), \\ x_3 = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = 2, \\ x_3 = 0. \end{cases}$$