Тема 17

Наближені методи обчислення невизначеного інтеграла.

План

1. **Теоретичні відомості.**
2. **Завдання для самостійного виконання.**
3. **Вказівки до виконання завдання.**
4. **Зразок оформлення ІДЗ.**

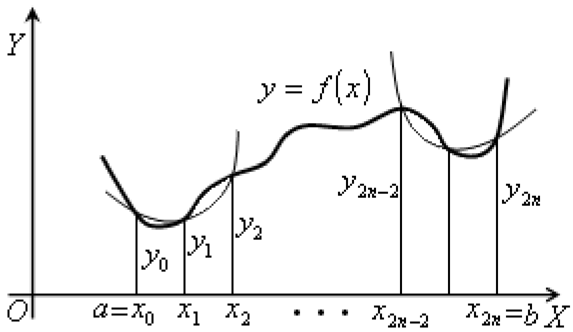
Теоретичні відомості

формула параболічних трапецій (формула Сімпсона)

Серед формул наближеного обчислення інтегралів найвдалішою формулою буде та, яка отримується, якщо через трійки сусідніх точок на графіку функції, що виникають в результаті розбиття відрізка $[a;b]$, проводити параболи з вертикальною віссю, обчислюючи відповідні коефіцієнти a_i, b_i, c_i в рівняннях парабол $y = a_i x^2 + b_i x + c_i$.

Відповідна формула носить назву формули параболічних трапецій або Сімпсона. Цінність її не тільки в точності, але і в зручності оцінки похибки наближеного обчислення.

Якщо замінити графік функції $y = f(x)$ на кожному відрізку $[x_{i-1}; x_i]$, які отримані після розбиття відрізка інтегрування $[a;b]$ на рівних частин $2n$ не відрізками прямих, як в методах прямокутників та трапецій, а дугами парабол, то отримаємо більш точну формулу наближеного обчислення визначеного інтегралу $\int_a^b f(x)dx$. Крок розбиття в цьому випадку обчислюється за формулою $h = \frac{b-a}{2n}$. В точках розбиття знаходимо значення підінтегральної функції y_i(де $i = 0,1, \dots ,2n$).



Замінюючи кожну пару сусідніх елементарних криволінійних трапецій з основами h однією елементарною параболічною трапецією з основою $2h$. Тоді, наприклад, на частинному відрізку $[x_0; x_2]$ парабола проходить через три точки $[x_0; y_0]$, $[x_1; y_1]$, $[x_2; y_2]$ і так далі.

Розрахункова формула парабол (або Сімпсона) для цього метода має вид:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} y_0 + y_{2n} + 2\sum_{i=1}^{n} y_{2i} + 4\sum_{i=1}^{n} y_{2i-1}$$

2. Завдання для самостійного виконання

Індивідуальне домашнє завдання (номер варіанта відповідає номеру у журналі)

Тема 17

Знайти наближене значення інтеграла за допомогою формули Сімпсона ($2n = 4$). Обчислити похибку наближення.

1.	$\int_1^6 \sqrt{2x-3}\,dx$	**6.**	$\int_1^2 x(1-x^2)^4\,dx$	**11.**	$\int_0^5 (2x-1)^5\,dx$
2.	$\int_0^5 \frac{x}{1+x^2}\,dx$	**7.**	$\int_1^2 (2x-4)^7\,dx$	**12.**	$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}}\,dx$
3.	$\int_0^3 \sqrt{5x+1}\,dx$	**8.**	$\int_1^6 \frac{1}{\sqrt{1+x}}\,dx$	**13.**	$\int_0^1 x\sqrt{1+x^2}\,dx$
4.	$\int_1^5 \frac{x^2}{1-x^3}\,dx$	**9.**	$\int_0^5 \frac{x}{1-3x^2}\,dx$	**14.**	$\int_1^4 \sqrt{8+x}\,dx$
5.	$\int_1^3 \frac{x}{(1+x^2)^3}\,dx$	**10.**	$\int_0^2 \frac{x}{(1+2x^2)^3}\,dx$	**15.**	$\int_1^7 \frac{x}{1-2x^2}\,dx$

3. Вказівки до виконання завдання

1. Опрацювати теоретичний матеріал теми.
2. Виконати індивідуальне домашнє завдання в зошиті для самостійних робіт.

4. Зразок оформлення індивідуального домашнього завдання

Завдання. Знайти наближене значення інтеграла $\int_1^2 x^2(4-2x^3)\,dx$, за допомогою формули Сімпсона ($2n = 4$).

Розв’язання:

Обчислимо інтеграл за формулою Сімпсона: $h = \frac{2-1}{4} = 0{,}25$. Складаємо обчислювальну таблицю:

i	0	1	2	3	4
x_i	1	1,25	1,5	1,75	2
y_i	2	0,1465	-6,1875	-20,5762	-48

$$I = \int_1^2 x^2(4-2x^3)\,dx \approx \frac{0{,}25}{3}(2 - 48 + 4(0{,}1465 - 20{,}5762) + 2(-6{,}1875)) \approx -11{,}67.$$